

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АККУМУЛИРОВАНИЯ ЕСТЕСТВЕННОГО ХОЛОДА В ГРУНТОВОМ МАССИВЕ

¹Яхшибоев Ш.К., ²Хамраев.С.И., ³Узокова Ю.Г.

¹Яхшибоев Шухрат Комилович - д.ф.т.д.,- Каршинский инженерно-экономический институт, г. Карши, Республика Узбекистан. e-mail: shuxratyaxshiboyev@rambler.ru ORCID ID_0000-0002-2328-9586

²Хамраев Сардор Илхомович - докторант, Каршинский инженерно-экономический институт, г. Карши, Республика Узбекистан. e-mail: xamravevs@bk.ru ORCID ID_0000-0002-0847-9488

³Узокова Юлдуз Гуломовна - ассистент, Каршинский инженерно-экономический институт, г. Карши, Республика Узбекистан. e-mail: uzokovavulduz@gmail.com

Аннотация: Разработана математическая модель теплообмена при охлаждении грунтового массива с использованием естественного аккумулятора холодного грунта (ГАЕХ), приведены результаты моделирования подземного хранилища для хранения фруктов и овощей с ГАЕХ, который совмещен с активной системой вентиляции в условиях нестационарного температурного режима.

Ключевые слова: подземное плодовоовощехранилище, грунтовой массив, относительный коэффициент, вентиляционный воздух, число Фурье, число Био, саморазрядка ГАЕХ, естественный холод, аккумуляция холода, безразмерная температура.

Abstract: A mathematical model of heat exchange during cooling of a soil massif using a natural accumulator of cold soil (GANC) has been developed, the results of modeling an underground storage facility for storing fruits and vegetables with GANC, which is combined with an active ventilation system under non-stationary temperature conditions, are presented.

Keywords: underground fruit and vegetable storage, soil massif, relative coefficient, ventilation air, Fourier number, Biot number, self-discharge GAEX, natural cold, cold accumulation, dimensionless temperature

В подземных плодовоовощехранилищах в грунтовой массиве происходит нестационарный теплообмен с грунтовым аккумулятором естественного холода (ГАЕХ), внутри которого движется холодный наружный воздух. Вследствие теплообмена в грунтовой массиве изменяется температурное поле во времени и пространстве. Грунтовой массив, ограниченный плоской поверхностью и не ограниченный нормальной поверхностью называется полуограниченным массивом [1, 2, 3, 4,9,10].

При расположении каналов ГАЕХ таким образом, как показано на рис.1, можно воспользоваться решением А.В. Лыкова для теплообмена полуограниченного тела со средой, имеющей некоторую начальную температуру при граничных условиях третьего рода [1, 2, 3, 4, 5]. Изменение температурного поля в грунтовой массиве, ограниченном плоской стенкой на внутренней поверхности, на которой происходит теплообмен с наружным воздухом, связано с решением дифференциального уравнения[2, 3, 4, 5].

$$\frac{dt(x, \tau)}{d\tau} = a \frac{d^2t(x, \tau)}{dx^2}; \quad \tau > 0; 0 < x < \infty; \quad (1)$$

при начальном условии $\tau = 0, t(x, 0) = t_0 = const,$

$$\text{при граничных условиях } x=0, \quad \lambda \frac{dt(0, \tau)}{dx} + \alpha [t_c - t(0, \tau)] = 0 \quad (2)$$

$$\text{Считаем, что } x \rightarrow \infty, \quad t(\infty, \tau) = t_0, \quad \frac{dt(\infty, \tau)}{dx} = 0. \quad (3)$$

Коэффициент теплообмена α считается постоянным. Решение задачи подробно представлено в [1, 2] и для случая нагревания грунтового массива имеет вид:

$$\theta = \frac{t(x, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) - e^{hx+h^2a\tau} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + h\sqrt{a\tau}\right) \quad (4)$$

где, $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi$ -интеграл вероятности; $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$

$h = \frac{\alpha}{\lambda}$ - относительный коэффициент теплообмена, t_0 -температура грунта при $\tau = 0$; $t_0 = t_{cp}$;

t_c -температура вентиляционного воздуха, $^{\circ}\text{C}$.Если коэффициент теплообмена α очень велик, $h \rightarrow \infty$. Тогда из граничного условия (2) следует: $x = 0, t(0, \tau) = t_c = \text{const.}$, т.е.

температура внутренней поверхности стенки канала сразу становится равной температуре вентиляционного воздуха. В этом случае задача становится аналогичной задаче с граничными условиями первого рода. Функция $\operatorname{erfc}(Z)$ быстро уменьшается с увеличением Z и при $Z > 2,8$ практически равна нулю. Поэтому при $h \rightarrow \infty$ второй член уравнения (4) стремится к нулю, и решение примет вид

$$\theta = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \quad (5)$$

Относительная температура поверхности стенки ($x=0$)

$$\theta = \frac{t(0, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - e^{h^2a\tau} \operatorname{erfc}(h\sqrt{a\tau}) \quad (6)$$

В критериальной форме

$$\theta = \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{Fo_x}}\right) - \exp[Bi_x + (Bi_x)^2 Fo_x] \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{Fo_x}} + Bi\sqrt{Fo_x}\right) \quad (7)$$

где, $Fo_x = \frac{a\tau}{x^2}$ -число Фурье для данной точки с координатой x ; $a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}$ -коэффициент

температура проводности грунта, $\text{м}^2/\text{с}$; λ -коэффициент теплопроводности грунта, $\text{Вт}/\text{м} \cdot \text{К}$; C_p -теплоемкость грунта, $\text{Дж} / \text{кг} \cdot \text{К}$; ρ -плотность грунта, $\text{кг} / \text{м}^3$; $Bi_x = hx$ -критерий Био

для данной точки с координатой x , или $Bi_x = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x$. Решение (2.4) описывает распределение

относительной температуры θ по координате x для случая $t_c > t_0$ (нагревание).

1. Охлаждение грунтового массива (режим аккумуляции естественного холода)

При охлаждении под величиной θ следует понимать:

$$\theta = \frac{t_0 - t}{t_0 - t_c} = 1 - \frac{t - t_c}{t_0 - t_c} = f\left(Fo, Bi, \frac{x}{R_1}, \frac{y}{R_2}, \frac{z}{R_3}\right) \quad (8)$$

Согласно расчетной схемы теплообмена на рис 1, пренебрегая аккумуляцией способностью грунтового массива, расположенного в межтрубном пространстве и считать, что основные запасы холода будут в грунтовом массиве справа и слева от ГАЕХ (симметричная задача), то расчетную схему теплообмена можно представить как теплообмен полуограниченного тела с наружным воздухом, движущемуся по щелевидному каналу размером $a \times h$, с граничными условиями 3-го рода.

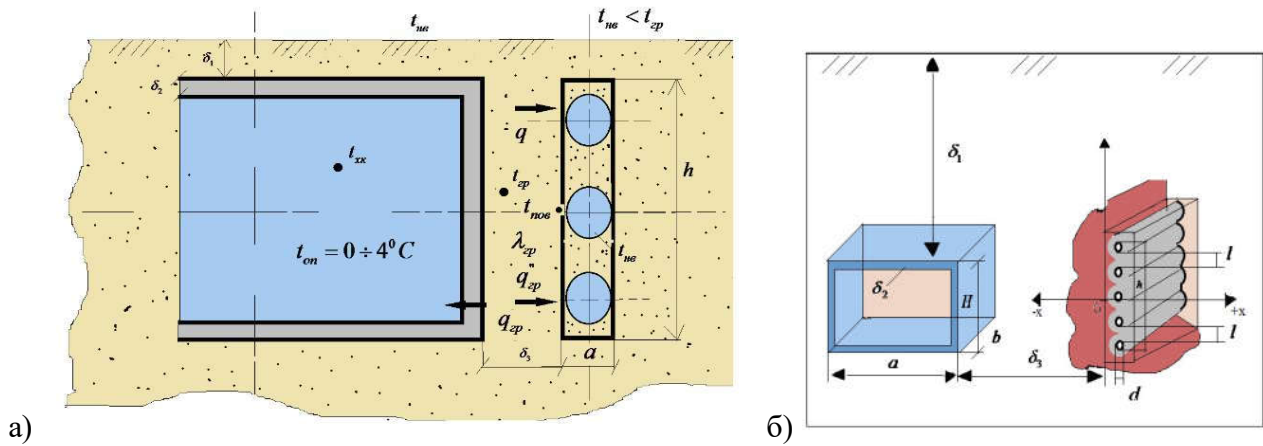


Рис. 1. Расчетная схема теплообмена при охлаждении грунтового массива

Для случая охлаждения грунтового массива вблизи плоской стенки при сквозном проветривании подземного канала наружным воздухом, с температурой $t_{нв} < t_{ср}$ решение (1) - (2) примет следующий вид [2, 5]:

$$\theta = \frac{t(x, \tau) - t_{нв}}{t_{ср} - t_{нв}} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) + e^{hx+h^2a\tau} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + h\sqrt{a\tau}\right) \quad (9)$$

где, $t_{нв}$ - температура вентиляционного наружного воздуха, $^{\circ}\text{C}$; $t_{ср}$ - температура грунтового массива, $^{\circ}\text{C}$; $t(x, \tau)$ - искомая величина температуры грунтового массива вблизи плоской стенки ГАЕХ.

Площадь сечения каналов ГАЕХ: - $S_{к} = h \cdot a$;

Количество холода, аккумулируемого всей внутренней поверхностью (левая часть) щелевого канала

$$F_{к} \text{ будет } - Q_x = \frac{2\sqrt{\lambda_{ср} \cdot \delta_{ср} \cdot c_{ср}}}{\sqrt{\pi}} \cdot F_{к}(t_{ср} - t_{г}) \cdot \sqrt{\tau};$$

$$\text{Плотности теплового потока- } q = \frac{dQ_x}{d\tau} = - \frac{(t_{ср} - t_{г})\sqrt{\lambda_{ср} \cdot \delta_{ср} \cdot c_{ср}}}{\sqrt{\pi \cdot \tau}}.$$

В случае расположения каналов ГАЕХ на значительном расстоянии друг от друга процесс изменения температуры грунта для области, ограниченной изнутри цилиндром описывается уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах. Таким образом, полученное уравнение (9) описывает изменение температурного поля при охлаждении грунтового массива вблизи ГАЕХ наружным холодным воздухом, является решением дифференциального уравнение граничных условиях третьего рода:

$$\frac{d^2t(r, \tau)}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dt(r, \tau)}{dr} = \frac{1}{a} \cdot \frac{dt(r, \tau)}{d\tau} \quad (10)$$

Решение дифференциального уравнения (10) при граничных условиях первого рода приведены в работах [5, 6].

Значения относительной температуры θ для различных чисел Фурье представлены на рис. 2.

2. Изменение температуры грунта при кондуктивном теплообмене (режим саморазрядки ГАЕХ).

Для ГАЕХ с естественным источником холода аккумулярование холода происходит в холодные периоды года. В тёплый период года происходит саморазрядка аккумулятора, т.е. кондуктивный теплообмен аккумулятора с окружающей средой.

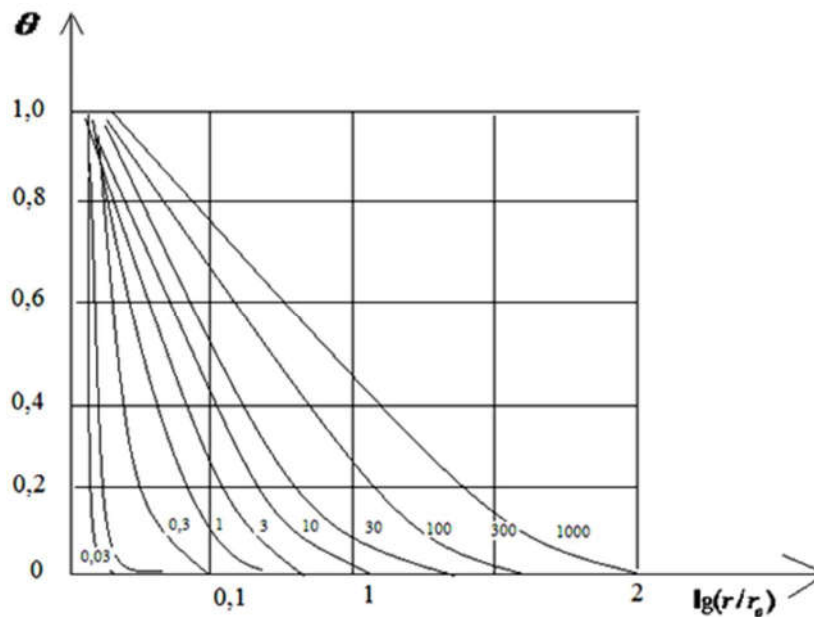


Рис.2. Распределение относительной температуры θ в области, ограниченной изнутри цилиндром $r = r_0$; Числа у кривых указывают значения $Fo = \frac{a\tau}{r_0^2}$.

Активный режим аккумуляции естественного холода может осуществляться при условии, что температура внутренней поверхности ГАЕХ выше температуры наружного воздуха $t_{в.н} > t_{нв}$. Таким образом, режим аккумуляции холода прекращается при условии $t_{нв} \geq t_{в.нов}$.

При отсутствии теплоступлений внутрь подземных каналов аккумулятора холода последующее изменение температуры будет осуществляться за счёт рассеивания холода в грунтовом массиве благодаря его теплопроводности.

Как уже отмечалось выше, перед началом активного использования запасов холода важно знать закономерности изменения температуры грунтового массива за счёт его теплопроводности, т.е. при кондуктивном теплообмене.

Для решения этой задачи можно предполагать, что тепловой поток на внутренней поверхности трубчатого грунтового теплообменника равен нулю, то есть

$$-\lambda_{сп} \frac{dt(x, \tau)}{dx} = 0, \text{ при } x=0 \tag{11}$$

Начальное распределение температуры при граничных условиях (11) соответствует решению, подробно представленному в [1, 2, 3] и имеет вид:

$$\theta = \frac{t(x, \tau) - t_{нв}}{t_{сп} - t_{нв}} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) + e^{hx+h^2a\tau} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + h\sqrt{a\tau}\right) \tag{12}$$

$t_{нв}$ -температура наружного воздуха; $t_{сп}$ -температура грунтового массива.

С целью упрощения решения задачи кривые распределения температур в грунте вблизи стенки вентиляционного канала после окончания режима аккумуляции холода, можно с достаточной для практики точностью аппроксимировать экспоненциальными функциями [1,2,7,8].

$$t(x, \tau) = t_{0.нов} \cdot e^{-n \cdot x} \tag{13}$$

где n -показатель экспоненты; $t_{0.нов}$ -температура внутренней поверхности стенки ГАЕХ.

Тогда задачу можно сформулировать следующим образом. Пусть в бесконечном грунтовом массиве имеется симметричное распределение температуры вида

$$t(x, \tau) = \begin{cases} |t_{0.nos}| e^{-nx} & \text{при } x > 0 \\ |t_{0.nos}| e^{+nx} & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (14)$$

где $|t_{0.nos}|$ - абсолютное значение температуры на внутренней поверхности, ГАЕХ.

Будем считать, что грунтовый массив вокруг сооружения простирается в бесконечность и условие на границе (на внутренней поверхности) соответствует (11). Тогда математическую формулировку этой задачи можно представить в виде дифференциального уравнения теплопроводности.

$$\frac{dF(x, \tau)}{d\tau} = a \frac{d^2 F(x, \tau)}{dx^2} \quad (15)$$

начального условия $F(0, x) = e^{-nx} \quad (16)$

где $F(x, \tau) = \frac{t(x, \tau)}{|t_{0.nos}|}$ безразмерная температура грунтового массива.

$t(x, \tau)$ - искомая температурная функция.

При таком представлении безразмерной температурной функции $F(x, \tau)$ и при условии, что среднегодовая температура грунтового массива на бесконечном удалении равна нулю, решением системы (14.- 16) служит функция

$$F(x, \tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-q^2 a \tau} dq \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \cos[q(\xi - x)] d\xi \quad (17)$$

где ξ - начальное распределение температурной функции. Путём элементарных преобразований решение (17) преобразуется к виду

$$F(x, \tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-q^2 a \tau} dq \left\{ \cos(qx) \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \cos[q(\xi - x)] d\xi + \sin(qx) \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \sin(q\xi) d\xi \right\} \quad (18)$$

Функция $F(x)$ - чётная, т.е. $F(x) = F(-x)$, а функция $\sin(qx)$ - нечётная. Тогда интеграл равен:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \sin(q\xi) d\xi = 0 \quad (19)$$

Поскольку $F(x)$ и $\cos(qx)$ являются чётными функциями, то их произведение под интегралом будет чётной функцией. Следовательно, можно записать

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) \cos(q\xi) d\xi = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-n\xi} \cos(q\xi) d\xi \quad (20)$$

Интеграл (20) согласно [6] имеет значения

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-n\xi} \cos(q\xi) d\xi = \frac{n}{n^2 + q^2} \quad (21)$$

С учётом (19, 20, 21) решение для температурной функции $F(x, \tau)$ имеет вид:

$$F(x, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-q^2 a \tau} \cos(qx) \frac{n}{n^2 + q^2} dq = \exp(n^2 a \tau) \operatorname{erfc}(n\sqrt{a\tau}) \quad (22)$$

Рассмотрим интеграл

$$F(x, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-q^2 a \tau} \cos(qx) \frac{n}{n^2 + q^2} dq = \frac{2n}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-q^2 a \tau} \cos(qx) (n^2 + q^2)^{-1} dq \quad (23)$$

$$F(x, \tau) = \frac{t(x, \tau)}{t_{nos}} = \theta(x, \tau).$$

Согласно [1,3] значение интеграла (23) запишется:

$$F(x, \tau) = \frac{2n}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-q^2 a \tau} \cos(qx) (n^2 + q^2)^{-1} dq = \frac{2n}{\pi} \left\{ \frac{1}{4n} \pi e^{am^2} \left[e^{-nx} \operatorname{erfc}\left(n\sqrt{a\tau} - \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) + e^{nx} \operatorname{erfc}\left(n\sqrt{a\tau} + \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right] \right\} = \frac{1}{2} e^{am^2} \left[e^{-nx} \operatorname{erfc}\left(n\sqrt{a\tau} - \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) + e^{nx} \operatorname{erfc}\left(n\sqrt{a\tau} + \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right] \quad (24)$$

Решение (22) можно получить из общего решения (24) путём подстановки в него $x=0$. Таким образом, решение (24) позволяет находить значения температурной функции $F(x, \tau)$ при кондуктивном теплообмене в грунтовом аккумуляторе холода.

Полученные уравнения позволяют определять температуру грунта на любой момент времени, на любом расстоянии от поверхности канала грунтового теплообменника.

Для проверки адекватности выбранной модели кондуктивного теплообмена в лабораторных и натуральных условиях были проведены экспериментальные исследования и получены экспериментальные данные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брем В.К. Разработка теоретических основ расчета и проектирования систем обеспечения параметров воздушной среды в овощехранилище с использованием естественного источника холода наружного воздуха в грунтовых аккумуляторах. Автореф. на соиск.к.т.н. Санк-Петербург, 1998-19 с.
2. Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. М.: Энергия. 1972-479 с.
3. Лыков А.В. Теплообмен. М.: Энергия. 1972-560 с.
4. Шорин С.Н. Теплопередача.-М.: Высшая школа, 1973.-360 с.
5. Котляр Я.М., Совершенный В.Д., Стриженов Д.С. Методы и задачи теплообмена. –М.: Машиностроение, 1987, -320 с.
6. Самарский А.А, Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. –М.: Едиториал УРСС, 2003.-784 с.
7. Uzakov G.N., Khamraev S.I., Khuzhakulov S.M. Rural house heat supply system based on solar energy // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1030 (2021) 012167 IOP Publishing doi:10.1088/1757-899X/1030/1/012167
8. S.I. Khamraev, U.Kh. Ibragimov, B.I. Kamolov. Removal of hydrodynamic lesions of a heated floor with a solar collector. АРЕС-V-2022. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 1070 (2022) 012018. doi:10.1088/1755-1315/1070/1/012018.
9. Uzakov G. N., Charvinski V. L., Ibragimov U. Kh., Khamraev S. I., Kamolov B. I. (2022) Mathematical Modeling of the Combined Heat Supply System of a Solar House. Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc. 65 (5), 412–421. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-5-412-421>
10. Хамраев С.И. Комбинациялашган куёш иситиш тизимининг иссиқлик-техник параметрларини асослаш // «Энерго- и ресурсосбережение: новые исследования, технологии и инновационные подходы». Халқаро конференция. Карши, 2021 б. 292-295 б.