ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АККУМУЛИРОВАНИЯ ЕСТЕСТВЕННОГО ХОЛОДА В ГРУНТОВОМ МАССИВЕ

Ш.К.Яхшибоев, Ю.Г.Узакова, Пардаев З.Э.
Каршинский инженерно-экономический институт

Аннотация: *Табиий совуқлик тупроқ аккумулятори (ТСТА) ёрдамида тупроқ массивини совутишда иссиқлик алмашинувининг математик модели ишлаб чиқилган, ностационар ҳарорат режими шароитида актив вентиляция тизими билан уйғунлашган ТСТАли ер ости мева-сабзавот сақлаш омборини моделлаштириш натижалари келтирилган.*

Abstract: *A mathematical model of heat exchange during cooling of the soil mass using a natural cold soil accumulator (NCSA) was developed, the results of modeling of an underground fruit and vegetable storage warehouse with a NCSA combined with an active ventilation system in non-stationary temperature conditions are presented.*

В подземных плодоовощехранилищах в грунтовом массиве происходит нестационарный теплообмен с грунтовым аккумулятором естественного холода(ГАЕХ), внутри которого движется холодный наружный воздух. Вследствие теплообмена в грунтовом массиве изменяется температурное поля во времени и пространстве. Грунтовой массив, ограниченный плоской поверхностью и не ограниченный в нормально к поверхности называется полуограниченным массивом[1, 2, 3, 4].

При расположении каналов ГАЕХ таким образом, как показано на рис.1. можно воспользоваться решением А.В. Лыкова для теплообмена полуограниченного тела со средой, имеющей некоторую начальную температуру при граничных условиях третьего рода[1, 2, 3, 4, 5]. Изменение температурного поля в грунтовом массиве, ограниченном плоской стенкой на внутренней поверхности, которой происходит теплообмен с наружным воздухом, связано с решением дифференциального уравнения[2, 3, 4, 5].

$$\frac{dt(x,\tau)}{d\tau} = a\frac{d^2t(x,\tau)}{dx^2}; \qquad \tau > 0; 0 < \tau < \infty; \tag{1}$$

при начальном условии $\tau = 0$, $t(x,0) = t_0 = const$,

при граничных условиях x=0, $$\lambda\frac{dt(0,\tau)}{dx} + \alpha[t_c - t(0,\tau)] = 0 \tag{2}$$

Считаем, что $x \to \infty$, $t(\infty,\tau) = t_0$, $\frac{dt(\infty,\tau)}{dx} = 0$. (3)

Коэффициент теплообмена α считается постоянным. Решение задачи подробно представлено в [1, 2] и для случая нагревания грунтового массива имеет вид:

$$\theta = \frac{t(x,\tau) - t_0}{t_c - t_0} = erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) - e^{hx+h^2a\tau} erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + h\sqrt{a\tau}\right) \tag{4}$$

где, $erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-\xi^2}d\xi$ -интеграл вероятности; $erfc(x) = 1 - erf(x)$

$h = \frac{\alpha}{\lambda}$ - относительный коэффициент теплообмена. t_0 -температура грунта при τ -0; $t_0 = t_{гр}$; t_c -температура вентиляционного воздуха, ^0C .Если коэффициент теплообмена α очень велик, $h \to \infty$. Тогда из граничного условия (2) следует: $x = 0$, $t(0,\tau) = t_c = const$. т.е. температура внутренней поверхности стенки канала сразу становится равной температуре вентиляционного воздуха. В этом случае задача становится аналогичной задаче с граничными условиями первого рода. Функция erfc(Z) быстро уменьшается с увеличением Z и при Z>2,8 практически равна нулю. Поэтому при $h \to \infty$ второй член уравнения (4) стремится к нулю, и решение примет вид

$$\theta = erfc\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} \tag{5}$$

Относительная температура поверхности стенки (x=0)

$$\theta = \frac{t(o,\tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - e^{h^2 a\tau} erfc(h\sqrt{a\tau}) \tag{6}$$

В критериальной форме

$$\theta = erfc(\frac{1}{2\sqrt{Fo_x}}) - \exp\left[Bi_x + (Bi_x)^2 Fo_x\right] \cdot erfc\left(\frac{1}{2\sqrt{Fo_x}} + Bi\sqrt{Fo_x}\right) \tag{7}$$

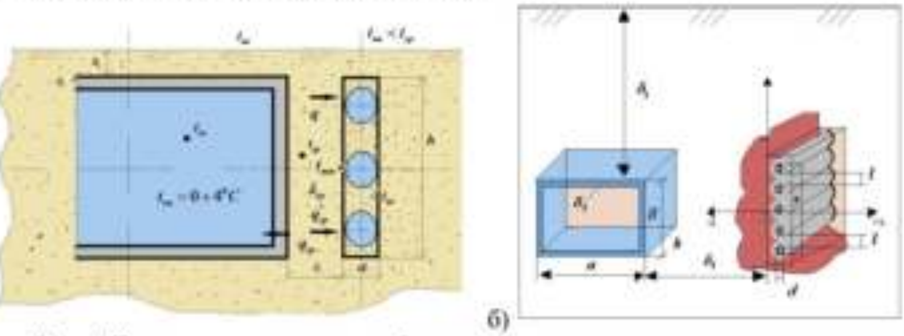
где, $Fo_x = \frac{a\tau}{x^2}$-число Фурье для данной точки с координатой x; $a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}$-коэффициент температурапроводности грунта, $м^2/с$; λ-коэффициент теплопроводности грунта, $Вт/м \cdot K$; C_p-теплоемкость грунта, $Дж/кг \cdot K$; ρ-плотность грунта, $кг/м^3$; $Bi_x = hx$-критерий Био для данной точки с координатой x, или $Bi_x = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x$. Решение (2.4) описывает распределение относительной температуры θ по координате x для случая $t_c > t_0$ (нагревание).

1. Охлаждение грунтового массива (Режим аккумулирование естественного холода)

При охлаждении под величиной θ следует понимать:

$$\theta = \frac{t_0 - t}{t_н - t_c} = 1 - \frac{t - t_c}{t_н - t_c} = f\left(Fo, Bi, \frac{x}{R_1}, \frac{y}{R_1}, \frac{z}{R_1},\right) \tag{8}$$

Согласно расчетной схемы теплообмена рис 1, пренебрегая аккумулирующей способностью грунтового массива, расположенного в межтрубном пространстве и считать, что основные запасы холода будут в грунтовом массиве справа и слева от ГАЕХ (симметричная задача), то расчетную схему теплообмена можно представить как теплообмен полуограниченного тела с наружным воздухом, движущемуся по щелевидному каналу размером $a \times h$, с граничными условиями 3-го рода.



а) б)

Рис. 1. Расчетная схема теплообмена при охлаждении грунтового массива

Для случая охлаждения грунтового массива вблизи плоской стенки при сквозном проветривании подземного канала наружным воздухом, с температурой $t_{нв} < t_{гр}$ решение (1) - (2) примет следующий вид[2, 5]:

$$\theta = \frac{t(x,\tau) - t_{нв}}{t_{гр} - t_{нв}} = erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) + e^{hx+h^2 a\tau} erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + h\sqrt{a\tau}\right) \tag{9}$$

где, $t_{нв}$-температура вентиляционного наружного воздуха, ^0C; $t_{гр}$-температура грунтового массива, ^0C; $t(x,\tau)$-искомая величина температуры грунтового массива вблизи плоской стенки ГАЕХ. Площадь сечения каналов ГАЕХ: - $S_к = h \cdot a$;

Количество холода, аккумулируемого всей внутренней поверхностью(левая часть) щелевого канала

$F_к$ будет - $Q_к = \frac{2\sqrt{\lambda_{гр} \cdot \delta_{гр} \cdot c_{гр}}}{\sqrt{\pi}} \cdot F_к(t_{гр} - t_к) \cdot \sqrt{\tau}$;

Плотности теплового потока- $q = \frac{dQ_к}{d\tau} = -\frac{(t_{гр} - t_к)\sqrt{\lambda_{гр} \cdot \delta_{гр} \cdot c_{гр}}}{\sqrt{\pi \cdot \tau}}$.

В случае расположения каналов ГАЕХ на значительном расстоянии друг от друга процесс изменения температуры грунта для области, ограниченной изнутри цилиндром описывается уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах. Таким образом, полученное уравнение (9) описывает изменение температурного поля при охлаждением грунтового массива вблизи ГАЕХ наружным холодным воздухом, является решением дифференциального уравнение граничных условиях третьего рода.

$$\frac{d^2 t(r,\tau)}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dt(r,\tau)}{dr} = \frac{1}{a} \cdot \frac{dt(r,\tau)}{d\tau} \tag{10}$$

Решение дифференциального уравнения (10) при граничных условиях первого рода приведены в работах [5, 6].

Значения относительной температуры θ, для различных чисел Фурье представлены на рис. 2.

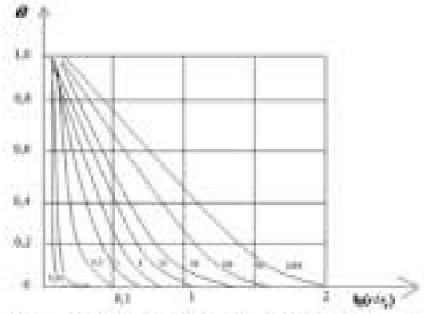


Рис.2. Распределение относительной температуры θ в области, ограниченной изнутри цилиндром $r = r_0$; Числа у кривых указывают значения $Fo = \frac{a\tau}{r_0^2}$.

<u>2. Изменение температуры грунта при кондуктивном теплообмене (Режим саморазрядка ГАЕХ).</u>

Для ГАЕХ с естественным источником холода аккумулирование холода происходит в холодные периоды года. В тёплый период года происходит саморазрядка аккумулятора, т.е. кондуктивный теплообмен аккумулятора с окружающей средой.

Активный режим аккумуляции естественного холода может осуществляться при условии, что температура внутренней поверхности ГАЕХ выше температуры наружного воздуха $t_{в.п} > t_{нв}$. Таким образом, режим аккумуляции холода прекращается при условии $t_{нв} \geq t_{в.пов}$.

При отсутствии теплопоступлений внутрь подземных каналов аккумулятора холода последующее изменение температуры будет осуществляться за счёт рассеивания холода в грунтовом массиве благодаря его теплопроводности.

Как уже отмечалось выше, перед началом активного использования запасов холода важно знать закономерности изменения температуры грунтового массива за счёт его теплопроводности, т.е. при кондуктивном теплообмене.

Для решения этой задачи можно предполагать, тепловой поток на внутренней поверхности трубчатого грунтового теплообменника равен нулю, то есть

$$-\lambda_{гр}\frac{dt(x,\tau)}{dx}=0, \text{ при } x=0 \tag{11}$$

Начальное распределение температуры при граничных условиях (11) соответствует решению, подробно представленному в [1, 2, 3] и имеет вид:

$$\theta=\frac{t(x,\tau)-t_{нв}}{t_{гр}-t_{нв}}=erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)+e^{hx+h^2a\tau}erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}+h\sqrt{a\tau}\right) \tag{12}$$

$t_{нв}$-температура наружного воздуха; $t_{гр}$-температура грунтового массива.

С целью упрощения решения задачи, кривые распределения температур в грунте, вблизи стенки вентиляционного канала после окончания режима аккумуляции холода, можно с достаточной для практики точностью аппроксимировать экспоненциальными функциями [1,2].

$$t(x,\tau)=t_{0\text{-пов.}}\cdot e^{-n\cdot x} \tag{13}$$

где n-показатель экспоненты; $t_{0\text{-пов}}$-температура внутреннем поверхности стенки ГАЕХ.

Тогда задачу можно сформулировать следующим образом. Пусть в бесконечном грунтовом массиве имеется симметричное распределение температуры вида

$$t(x,\tau)=\begin{cases}|t_{0\text{-пов}}|e^{-nx} & при\ x>0\\ |t_{0\text{-пов}}|e^{+nx} & при\ x<0\end{cases} \tag{14}$$

где $|t_{0\text{-пов}}|$-абсолютное значение температуры на внутренней поверхности, ГАЕХ.

Будем считать, что грунтовый массив вокруг сооружения простирается в бесконечность и условие на границе (на внутренней поверхности) соответствует (11). Тогда математическую формулировку этой задачи можно представить в виде дифференциального уравнения теплопроводности.

$$\frac{dF(x,\tau)}{d\tau}=a\frac{d^2F(x,\tau)}{dx^2} \tag{15}$$

начального условия $$F(0,x)=e^{-nx} \tag{16}$$

где $F(x,\tau)=\dfrac{t(x,\tau)}{|t_{0\text{-пов}}|}$ безразмерная температура грунтового массива.

$t(x,\tau)$-искомая температурная функция.

При таком представлении безразмерной температурной функции $F(x,\tau)$ и при условии, что среднегодовая температура грунтового массива на бесконечном удалении равна нулю, решением системы (14.- 16) служит функция.

$$F(x,\tau)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-q^2a\tau}dq\int_{-\infty}^{+\infty}F(\xi)\cos[q(\xi-x)]d\xi \tag{17}$$

где ξ-начальное распределение температурной функции. Путём элементарных преобразований решение (17) преобразуется к виду

$$F(x,\tau)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-q^2 a\tau}dq\{\cos(qx)\int_{-\infty}^{+\infty}F(\xi)\cos[q(\xi-x)]d\xi+\sin(qx)\int_{-\infty}^{+\infty}F(\xi)\sin(q\xi)d\xi\ \} \tag{18}$$

Функция $F(x)$-чётная, т.е. $F(x)=F(-x)$, а функция $\sin(qx)$-нечётная. Тогда интеграл равна:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}F(\xi)\sin(q\xi)d\xi=0 \tag{19}$$

Поскольку $F(x)$ и $\cos(qx)$ являются чётными функциями, то их произведение под интегралом будет чётной функцией. Следовательно, можно записать

$$\int_{-\infty}^{+\infty}F(\xi)\cos(q\xi)d\xi=2\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-n\xi}\cos(q\xi)d\xi \tag{20}$$

Интеграл (20) согласно [6] имеет значения

$$\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-n\xi}\cos(q\xi)d\xi=\frac{n}{n^2+q^2} \tag{21}$$

С учётом (19, 20, 21) решение для температурной функции $F(x,\tau)$ имеет вид:

$$F(x,\tau)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-q^2 a\tau}\cos(qx)\frac{n}{n^2+q^2}dq=\exp(n^2 a\tau)erfc(n\sqrt{a\tau}) \tag{22}$$

Рассмотрим интеграл

$$F(x,\tau)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-q^2 a\tau}\cos(qx)\frac{n}{n^2+q^2}dq=\frac{2n}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-q^2 a\tau}\cos(qx)(n^2+q^2)^{-1}dq \tag{23}$$

$F(x,\tau)=\dfrac{t(x,\tau)}{t_{\text{н.м}}}=\theta(x,\tau)$.

Согласно [1,3] значение интеграла (23) запишется:

$$F(x,\tau)=\frac{2n}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-q^2 a\tau}\cos(qx)(n^2+q^2)^{-1}dq=\frac{2n}{\pi}\left\{\frac{1}{4n}\pi e^{a n^2}\left[e^{-nx}erfc\left(n\sqrt{a\tau}-\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.e^{nx}erfc\left(n\sqrt{a\tau}+\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)\ \right]\right\}=\frac{1}{2}e^{a n^2}\left[e^{-nx}erfc\left(n\sqrt{a\tau}-\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)+e^{nx}erfc\left(n\sqrt{a\tau}+\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)\ \right] \tag{24}$$

Решение (22) можно получить из общего решения (24) путём подстановки в него x=0. Таким образом, решение (24) позволяет находить значения температурной функции $F(x,\tau)$ при кондуктивном теплообмене в грунтовом аккумуляторе холода.

Полученные уравнения позволяют определять температуру грунта на любой момент времени, на любом расстоянии от поверхности канала грунтового теплообменника.

Для проверки адекватности выбранной модели кондуктивного теплообмена в лабораторных и натурных условиях были проведены экспериментальные исследования и получены экспериментальные данные.

СПИСОК ИСПОЛБЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Брем В.К. Разработка теоретических основ расчета и проектирования систем обеспечения параметров воздушной среды в овощехранилище с использованием естественного источника холода наружного воздуха в грунтовых аккумуляторах. Автреф. на соис.к.т.н. Санк-Петербург, 1998-19 с.
2. Лыков А.В. Тепломассообмен: Справочник. М.: Энергия. 1972-479 с.
3. Лыков А.В. Тепломассообмен. М.: Энергия. 1972-560 с.
4. Шорин С.Н. Теплопередача.-М.: Высш школа, 1973.-360 с.
5. Котляр Я.М., Совершенный В.Д., Стриженов Д.С. Методы и здачи теплообмена. –М.: Машиностроение, 1987, -320 с.
6. Самарский А.А, Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. –М.: Едиториал УРСС, 2003.-784 с.